

Algorytm F-LEM1

Algorytm F-LEM1 jest modyfikacją algorytmu LEM1, polegającą na przystosowaniu go do działania na zbiorach rozmytych.

Funkcja Fuzzification

Funkcja Fuzzification tworzy zbiory rozmyte na podstawie zbiorów wartości atrybutów warunkowych.

Funkcja 1: Fuzzification

Data: zbiór A wszystkich atrybutów warunkowych;
zbiór $k_A = \{k_a : a \in A\}$, którego każdy element określa liczbę zbiorów rozmytych do utworzenia dla danego atrybutu;
Result: zbiór rozmyty \mathcal{A}_F atrybutów warunkowych;
begin
 $\mathcal{A}_F := \emptyset$;
 foreach $a \in A$ **do**
 $A_F := \emptyset$;
 Podzielić zbiór V_a na k_a podzbiorów $V_{a^1}, V_{a^2}, \dots, V_{a^{k_a}}$;
 foreach $V_{a^i} (1 \leq i \leq k_a)$ **do**
 Określić funkcję przynależności μ_{A^i} ;
 $A^i := \{(v, \mu_{A^i}(v)) : v \in V_{a^i}\}$;
 $A_F := A_F \cup \{A^i\}$;
 $\mathcal{A}_F := \mathcal{A}_F \cup \{A_F\}$;
end

Przykład 1

Dane są:

$A = \{a\}$ – zbiór atrybutów warunkowych, gdzie a = temperatura powietrza;

$k_a = 3$ – liczba zbiorów rozmytych do utworzenia na podstawie atrybutu a ;

Niech $V_a = \{14, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 25, 26, 27, 29, 30, 32, 33, 35\}$.

$\mathcal{A}_F := \emptyset$;

Zbiór V_a może być podzielony na k_a następujących podzbiorów:

$V_{a^1} = \{14, 16, 17, 18, 20, 21\}$, $V_{a^2} = \{18, 20, 21, 23, 25, 26, 27, 29, 30\}$, $V_{a^3} = \{27, 29, 30, 32, 33, 35\}$.

Korzystając odpowiednio z funkcji przynależności klasy L, t, γ , których parametrami są minimalne, średnie i maksymalne wartości ze zbiorów V_{a^i} , otrzymujemy:

$A^1 = \{(14, 1), (16, 1), (17, 1), (18, 0.86), (20, 0.29), (21, 0)\}$,

$A^2 = \{(18, 0), (20, 0.33), (21, 0.5), (23, 0.83), (25, 0.42), (26, 0.33), (27, 0.25), (29, 0.08), (30, 0)\}$,

$A^3 = \{(27, 0), (29, 0.5), (29, 0.75), (30, 1), (33, 1), (35, 1)\}$.

Atrybut rozmyty jest postaci $A_F = \{A^1, A^2, A^3\}$, a zbiór rozmyty atrybutów warunkowych $\mathcal{A}_F = \{A_F\}$.

Zbiory rozmyte A^1, A^2, A^3 można określić odpowiednio jako "temperatura

niska”, ”temperatura normalna”, ”temperatura wysoka”.

Niech $A \in A_F$. Wyrażenie (x jest A) jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) = \max\{\mu_{A'}(x) : A' \in A_F\}$.

Przykład 2

Dany jest atrybut rozmyty A_F otrzymany w Przykładzie 1. Wyrażenie (20 jest ”temperatura normalna”) jest prawdziwe, ponieważ $\mu_{A^2}(20) = \max\{\mu_{A^1}(20), \mu_{A^2}(20), \mu_{A^3}(20)\} = \max\{0.29, 0.33, 0\}$.

Algorytm LEM1

Oznaczenia i definicje:

- U - uniwersum, tj. zbiór obiektów;
- A - zbiór atrybutów warunkowych;
- d - atrybut decyzyjny;
- $IND(B) = \{(x, y) \in U \times U : \forall_{a \in B} a(x) = a(y)\}$ - relacja nierozróżnialności, tj. zbiór wszystkich par obiektów, które mają takie same wartości na wszystkich atrybutach ze zbioru $B \subseteq A$;
- B^* - rodzina wszystkich klas nierozróżnialności wyznaczonych przez relację $IND(B)$, tzn. $B^* = U/IND(B)$;
- $\{d\}^*$ - rodzina wszystkich klas nierozróżnialności wyznaczonych przez relację $IND(\{d\})$, tzn. $\{d\}^* = U/IND(\{d\})$. Inaczej, rodzina wszystkich klas decyzyjnych;
- Zbiór $\{d\}$ *zależy* od zbioru B wtedy i tylko wtedy, gdy $B^* \leq \{d\}^*$ (tutaj ” \leq ” oznacza, że każdy zbiór pierwszej rodziny jest podzbiorem pewnego zbioru drugiej rodziny, czyli $\forall_{X \in B^*} \exists_{Y \in \{d\}^*} X \subseteq Y$);
- B jest *globalnym pokryciem* zbioru $\{d\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\{d\}$ zależy od B i nie istnieje $B' \subset B$ takie, że $\{d\}$ zależy od B' ;

Algorytm 2: LEM1

Data: zbiór A wszystkich atrybutów warunkowych, rodzina $\{d\}^*$;

Result: pojedyncze globalne pokrycie B ;

begin

$B := \emptyset; C := A;$

if $A^* \leq \{d\}^*$ **then**

foreach $a \in A$ **do**

$D := C \setminus \{a\};$

if $D^* \leq \{d\}^*$ **then** $C := D;$

$B := C;$

end

Opis algorytmu

Algorytm LEM1 działa jedynie dla danych niesprzecznych, tzn. każde dwa obiekty z U , należące do różnych klas muszą być rozróżnialne na atrybutach z A . Wtedy spełniony jest warunek $A^* \leq \{d\}^*$. Algorytm w każdym kroku sprawdza, czy możliwe jest usunięcie jednego atrybutu z rozpatrywanego zbioru atrybutów (tj. $D := C \setminus \{a\}$). Jeżeli tak (tj. $D^* \leq \{d\}^*$), to atrybut jest usuwany ze zbioru atrybutów. W efekcie otrzymywany jest najmniejszy podzbiór atrybutów warunkowych zachowujący rozróżnialność obiektów z różnych klas.

Algorytm F-LEM1

Algorytm 3: F-LEM1

Data: zbiór A wszystkich atrybutów warunkowych;

zbiór $k_A = \{k_a : a \in A\}$, którego każdy element określa liczbę zbiorów rozmytych do utworzenia dla danego atrybutu;

Result: pojedyncze globalne pokrycie B ;

begin

$\mathcal{A}_F := Fuzziification(A, k_A);$

foreach $o \in U$ **do**

foreach $A_F \in \mathcal{A}_F$ **do**

 └ Określić zbiór rozmyty $A \in A_F$, do którego obiekt o należy;

$B := LEM1(\mathcal{A}_F)$

end

Przykład 3

Dana jest rozmyta tablica decyzyjna $(U, \mathcal{A}_F \cup \{d\})$,

gdzie $\mathcal{A}_F = \{aura, temperatura, wilgotnosc, wiatr\}$, $d = pogoda$

oraz s=sloneczna, p=pochmurna, d=deszczowa, c=ciepła, u=umiarkowana,

obiekt	<i>aura</i>			<i>temperatura</i>			<i>wilgotnosc</i>		<i>wiatr</i>		<i>pogoda</i>
	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>z</i>	<i>w</i>	<i>n</i>	<i>sl</i>	<i>m</i>	
1	0.8	0.2	0.1	0.9	0.1	0	0.8	0.2	0.7	0.4	0
2	0.9	0.1	0.1	0.8	0.2	0.1	0.9	0.2	0.1	0.8	0
3	0.3	0.7	0.2	0.9	0.1	0.1	0.9	0.1	0.9	0.1	1
4	0	0.1	0.9	0.1	0.9	0	0.6	0.5	0.8	0.3	1
5	0	0.2	0.9	0	0.1	0.9	0	0.1	0.8	0.2	1
6	0.4	0.3	0.6	0	0.2	0.9	0.1	0.9	0.1	0.9	0

z =zimna, w =wysoka, n =normalna, sl =slaby, m =mocny.

Wygenerować reguły za pomocą algorytmu F-LEM1.

Należenie obiektów do poszczególnych zbiorów rozmytych przedstawione jest w poniższej tablicy.

obiekt	<i>aura</i>	<i>temperatura</i>	<i>wilgotnosc</i>	<i>wiatr</i>	<i>pogoda</i>
1	sloneczna	ciepla	wysoka	slaby	0
2	sloneczna	ciepla	wysoka	mocny	0
3	pochmurna	ciepla	wysoka	slaby	1
4	deszczowa	umiarkowana	wysoka	slaby	1
5	deszczowa	zimna	normalna	slaby	1
6	deszczowa	zimna	normalna	mocny	0

$B := \emptyset$; $C := \mathcal{A}_F$;

$\mathcal{A}_F^* = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$, $\{d\}^* = \{\{1, 2, 6\}, \{3, 4, 5\}\}$, zatem $\mathcal{A}_F^* \leq \{d\}^*$;

$D := C \setminus \{aura\} = \{temperatura, wilgotnosc, wiatr\}$,

stad $D^* = \{\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$, wiec $D^* \not\leq \{d\}^*$;

$D := C \setminus \{temperatura\} = \{aura, wilgotnosc, wiatr\}$,

stad $D^* = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$, wiec $D^* \leq \{d\}^*$, zatem $C := D$;

$D := C \setminus \{wilgotnosc\} = \{aura, wiatr\}$,

stad $D^* = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4, 5\}, \{6\}\}$, wiec $D^* \leq \{d\}^*$, zatem $C := D$;

$D := C \setminus \{wiatr\} = \{aura\}$,

stad $D^* = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5, 6\}\}$, wiec $D^* \not\leq \{d\}^*$, zatem globalne pokrycie wynosi $B := \{aura, wiatr\}$;

Na podstawie globalnego pokrycia konstruowane są reguły przy zastosowaniu techniki „dropping conditions”. Na początku konstruowana jest reguła w oparciu o obiekt 1, tj. $(aura, sloneczna) \wedge (wiatr, slaby) \rightarrow (pogoda, 0)$. Reguła pokrywa tylko pierwszy obiekt (tj. 1 jako jedyny spełnia część warunków reguły). Aby zwiększyć pokrycie reguły o kolejne obiekty z tej samej klasy decyzyjnej, rozpatrywane jest opuszczenie kolejnych warunków reguły. Warunek $(aura, sloneczna)$ nie może być opuszczony, gdyż otrzymana w ten sposób reguła $(wiatr, slaby) \rightarrow (pogoda, 0)$, oprócz obiektu 1, pokrywa obiekty z innej klasy decyzyjnej, tj. obiekty 3, 4, 5. Usunięcie warunku

$(wiatr, slaby)$ powoduje, że reguła $(aura, sloneczna) \rightarrow (pogoda, 0)$ pokrywa obiekty z jednej klasy, tj. 1 i 2.

Dla pozostałych obiektów reguły generowane są w analogiczny sposób. Zbiór reguł wygenerowanych przez algorytm F-LEM1 składa się z następujących reguł (po dwukropku podane pokrycie reguły):

$(aura, sloneczna) \rightarrow (pogoda, 0) : 1, 2,$

$(wiatr, silny) \rightarrow (pogoda, 0) : 2, 6,$

$(aura, deszczowa) \wedge (wiatr, slaby) \rightarrow (pogoda, 1) : 4, 5,$

$(aura, pochmurna) \rightarrow (pogoda, 1) : 3.$