

Zadanie 1

Policz pochodne f' , f'' , f''' dla poniższej funkcji:

$$f(x) = e^{\cos x}$$

Zadanie 2

Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu poniższej funkcji.

$$f(x, y) = e^{x^2 \sin y}$$

Zadanie 3

Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu względem x i y poniższej funkcji. Skorzystaj z reguły różniczkowania funkcji złożonych.

$$f(u, v) = e^{uv}, \text{ gdzie } u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \arctg \frac{y}{x}$$

Zadanie 4

Oblicz całkę

$$\int x \sin x dx$$

Wskazówki

- $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in [-1, 1]$
- $(\arctg x)' = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $z(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)), \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$
- $(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1$

rząd I

Zadanie 1

Policz pochodne f' , f'' , f''' dla poniższej funkcji:

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \cos x$$

Zadanie 2

Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu poniższej funkcji.

$$f(x, y, z) = x^y - z^x$$

Zadanie 3

Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu względem x i y poniższej funkcji. Skorzystaj z reguły różniczkowania funkcji złożonych.

$$f(u, v, w) = u^2 - v(\sqrt{u} - w), \text{ gdzie } u = x^2 y^2, \quad v = \frac{x}{y}, \quad w = 2x - y$$

Zadanie 4

Oblicz całkę

$$\int e^x \sin x dx$$

Wskazówki

- $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in [-1, 1]$
- $(\arctg x)' = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $z(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)), \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$
- $(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1$

rząd II

Zadanie 1

rząd I

Zbadaj, czy istnieje $f'''(x_0)$, jeśli

$$f(x) = |x|^3, \quad x_0 = 0$$

Zadanie 2

Oblicz wszystkie pochodne cząstkowe drugiego rzędu poniższej funkcji i sprawdź, czy pochodne cząstkowe mieszane są sobie równe.

$$f(x, y) = xy + \frac{x^2}{y^3}$$

Zadanie 3

Znajdź ekstrema poniższej funkcji

$$f(x, y) = (2x + y^2)e^x$$

Zadanie 4

Oblicz całkę

$$\int x^{10} \ln x dx$$

Wskazówki

- $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in [-1, 1]$
- $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{x^2+1}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $z(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)), \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$
- $(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1$

Zadanie 1

rząd II

Zbadaj, czy istnieje $f'''(x_0)$, jeśli

$$f(x) = \begin{cases} x^4 & \text{dla } x \leq 0 \\ \sin^4 x & \text{dla } x > 0 \end{cases}, \quad x_0 = \pi$$

Zadanie 2

Oblicz wszystkie pochodne cząstkowe drugiego rzędu poniższej funkcji i sprawdź, czy pochodne cząstkowe mieszane są sobie równe.

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(xy)$$

Zadanie 3

Znajdź ekstrema poniższej funkcji

$$f(x, y) = (x - y + 1)^2 + (2x + y + 4)^2$$

Zadanie 4

Oblicz całkę

$$\int (\ln x)^2 dx$$

Wskazówki

- $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in [-1, 1]$
- $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{x^2+1}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $z(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)), \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$
- $(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1$