

Zadanie 1

Oblicz poniższe całki oznaczone. Skorzystaj z tw. Newtona-Leibniza.

- (a) $\int_{-1}^1 (x^3 - x + 1) dx$ (b) $\int_0^1 (x + \sqrt[3]{x^2}) dx$ (c) $\int_0^{\pi/4} \sin^2 x dx$
 (d) $\int_0^2 \frac{3x-1}{3x+1} dx$

Zadanie 2

Oblicz poniższe całki oznaczone. Skorzystaj z tw. o całkowaniu przez podstawienie i zastosuj wskazane podstawienia.

- (a) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$, $x = v^2$ (b) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$, $e^x - 1 = v^2$ (c) $\int_1^e \frac{\ln x dx}{x}$, $\ln x = v$
 (d) $\int_{-\pi/2}^{\pi/6} \sin^5 x \cos^3 x dx$, $\sin x = v$

Zadanie 3

Oblicz poniższe całki oznaczone. Skorzystaj z tw. o całkowaniu przez części.

- (a) $\int_0^1 x \arctg x dx$ (b) $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$ (c) $\int_{-1}^0 x e^{-x} dx$
 (d) $\int_{-1}^{\sqrt{3}} \arctg x dx$

Zadanie 4

Oblicz poniższe całki oznaczone.

- (a) $\int_0^3 \operatorname{sgn}(x - x^3) dx$ (b) $\int_0^2 E(e^x) dx$ (c) $\int_0^4 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$
 (d) $\int_{-1}^2 |x|^3 dx$

Zadanie 5

Oblicz wartości średnie podanych funkcji na wskazanych przedziałach. Skorzystaj z definicji.

- (a) $f(x) = \sin^3 x$, $[0, \pi]$ (b) $f(x) = e^x$, $[-2, 2]$ (c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $[0, \sqrt{2}/2]$

Zadanie 6

Oblicz pole obszaru D ograniczonego

- (a) wykresami funkcji $y = x^2$, $y = 2x + 3$
 (b) wykresami funkcji $y = \sin x$, $y = \cos 2x$ oraz osią Oy ($x \geq 0$)
 (c) parabolami $y = x^2$, $y = 2x^2$ oraz prostą $y = 8$ ($x \geq 0$)
 (d) krzywymi $y = e^{-x}$, $y = e^{3x}$, $y = \sqrt{e}$

Zadanie 7

Oblicz długości łuków podanych krzywych.

- (a) $y = \sqrt{1-x^2}$, $x \in [0, 1/2]$ (b) $y = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{8x^2}$, $x \in [1, 3]$ (c) $y = \arcsin(e^{-x})$, $x \in [0, 1]$

Zadanie 8

Oblicz objętość brył powstałych z obrotu podanych figur T wokół wskazanych osi.

- (a) T: $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$, $0 \leq y \leq \cos x$, Ox
 (b) T: $0 \leq x \leq 1$, $x^2 \leq y \leq e^{-x}$, Oy

Zadanie 9

Oblicz pola powierzchni powstałych z obrotu wykresów podanych funkcji wokół wskazanych osi.

- (a) $f(x) = x^3$, $0 \leq x \leq 1$, Ox , (b) $f(x) = 2\sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$, Oy ,
