

Zadanie 1

Napisz wzór Taylora z resztą R_n dla poniższych funkcji w otoczeniu wskazanych punktów.

(a) $f(x, y) = \sin^2(x + y)$, $(x_0, y_0) = (\pi, \pi)$, $n = 2$

(b) $f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$, $(x_0, y_0) = (-2, 1)$, $n = 3$

Zadanie 2

Zbadaj, czy poniższe funkcje mają ekstrema lokalne.

(a) $f(x, y) = 2 - \sqrt{3x^2 + 4y^2}$ (b) $f(x, y) = x^8 - y^4$

(c) $f(x, y) = (x + y)^4 + (x - y)^6$

Zadanie 3

Znajdź ekstrema poniższych funkcji.

(a) $f(x, y) = (2x + y^2)e^x$ (b) $f(x, y) = (x - y + 1)^2 + (2x + y - 4)^2$

(c) $f(x, y) = (\cos x + \cos y)^2 + (\sin x + \sin y)^2$ (d) $f(x, y) = x\sqrt{y+1} + y\sqrt{x+1}$, dla $x > -1$, $y > -1$

Zadanie 4

Podaj najmniejsze i największe wartości poniższych funkcji na zadanych zbiorach.

(a) $f(x, y) = x^2 - 2y^2$, $x^2 + y^2 \leq 36$ (b) $f(x, y) = x^2y - 8x - 4y$, Δabc , $a = (0, 0)$, $b = (0, 4)$, $c = (4, 0)$