

**Zadanie 1**

Znajdź sumy częściowe podanych szeregów i następnie zbadaj ich zbieżność.

- (a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 1}{5^n}$       (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)}$       (c)  $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$   
 (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}(2n-1)$       (e)  $\sum_{n=2}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - n + \sqrt{n+1})$       (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2\pi}{3^n} \cos \frac{4\pi}{3^n}$

---

**Zadanie 2**

Korzystając z kryterium porównawczego zbadaj zbieżność poniższych szeregów.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$       (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$       (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{\sqrt{n}}$   
 (d)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2 - 3}$       (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{13^n - 1}$       (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \cos n!}{\sqrt{n}}$

---

**Zadanie 3**

Zbadaj zbieżność poniższych szeregów. Skorzystaj z kryterium d'Alamberta.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$       (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n - 4^n}$       (c)  $\sum_{n=2}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^n}$   
 (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(3n)!}{[(2n)!]^2}$       (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$       (f)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^{100}}{5^{n+1}}$

---

**Zadanie 4**

Zbadaj zbieżność poniższych szeregów. Skorzystaj z kryterium Cauchy'ego.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n$       (b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \pi^n \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$       (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\operatorname{arctg} n}{\pi}\right)^n$   
 (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-5)^n}{\sqrt{n^n}}$       (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \frac{n\pi + 1}{4n + 1}$       (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{8^n + 1}}{\sqrt{9^n + 1}}$

---

**Zadanie 5**

Zbadaj zbieżność poniższych szeregów. Skorzystaj z kryterium ilorazowego.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n^4 + n + 1}$       (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcc} \operatorname{tg} n$       (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \log_2 \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$   
 (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n! + 1}{(n+2)!}$       (e)  $\sum_{n=2}^{\infty} (\sqrt[3]{2} - 1)$       (f)  $\sum_{n=3}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$

---

**Zadanie 6**

Zbadaj zbieżność oraz zbieżność bezwzględną poniższych szeregów.

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{1}{n}$       (b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n^2}$       (c)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+1}}{n+2}$

---